Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România
Filiala Galaţi

Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XVI-a
Galaţi, 31 octombrie 2015

Clasa a XI-a

Problema 1.

Fie $A=\begin{pmatrix} -4 & 2 & 2 \\ 2 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C=a\cdot A+b\cdot B, a,b\in\mathbb{R}$..

a) Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A$.

b) Calculaţi $C^n, n\in\mathbb{N}^*$.

Problema 2.

Fie z_1 şi z_2 două numere complexe cu proprietatea $|z_1+z_2|=|z_1\cdot z_2|$.

a) Demonstraţi că cel puţin unul dintre numere are modulul mai mic sau egal cu 2.

b) Daţi exemple de numere complexe, $z_1\neq z_2$ pentru care $|z_1+z_2|=|z_1\cdot z_2|$.

Problema 3.

Se consideră şirul de numere reale $(x_n)_{n\geq 0}$ definit astfel: $x_0=\frac{3}{2}$ şi $x_{n+1}=\sqrt{4-2\cdot x_n}, (\forall) n\geq 0.$

a) Să se demonstreze că $x_{2n+1}<\sqrt{5}-1, (\forall) n\in\mathbb{N}^*$

b) Să se studieze convergenţa şirului $(x_n)_{n\geq 0}$.

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.
Pentru fiecare subiect se acordă maximum 7 puncte.
Nu se acordă nici un punct din oficiu. Fiecare teză va fi evaluată cu un punctaj de la 0 la 21 puncte.
Timp de lucru : 2 ore şi 30 minute